

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

на тему: «Уникальное число π »

по математике

Ученика 6 «А» класса

Силина Максима Сергеевича

Руководитель: Казарцева Анна Викторовна

учитель математики

Содержание

| | | |
|---------|--|---------|
| | Введение | 3 стр. |
| Глава 1 | Теоретическая часть | 5 стр. |
| 1.1 | История числа π | 5 стр. |
| 1.2 | Обозначение числа π | 7 стр. |
| 1.3 | Уникальность числа | 8 стр. |
| 1.4 | Интересные факты о числе π | 9 стр. |
| Глава 2 | Практическая часть | 11 стр. |
| 2.1 | Проверка отношения длины окружности к её диаметру | 11 стр. |
| 2.2 | Проверка соотношения человеческого тела | 12 стр. |
| 2.3 | Вычисление значения числа π с помощью взвешивания | 13 стр. |
| 2.4 | Вычисление значения числа π с помощью задачи Бюффона | 14 стр. |
| | Заключение | 15 стр. |
| | Список литературы | 16 стр. |

Введение

Актуальность.

С древних времен человечество интересовали числа: их бесконечное множество, свойства, гармония, взаимодействия. Уроки математики учат меня видеть эти числа, замечать их свойства. Всматриваясь в ряд чисел, я находил в нем много удивительного: серьезного, забавного и неожиданного. Действительно, числа окружают нас повсюду: в науке, в быту, в природе, архитектуре.

Обучаясь математике, я познакомился с натуральными, дробными, десятичными, отрицательными, рациональными числами. В этом году при изучении темы «Длина окружности и площадь круга» я узнал о существовании иррационального числа π . На уроке были практические задания на нахождение числового значения числа π . Число π является одним из интереснейших чисел, встречающихся при изучении математики. Оно встречается в разных школьных дисциплинах. С числом π связано много удивительных фактов, поэтому оно вызывает интерес к изучению.

Услышав об этом числе много интересного, я сам решил путём изучения дополнительной литературы и поиска в Интернете узнать как можно больше информации о нём, поскольку вопрос о вычислении числа π интересен людям на протяжении многих тысячелетий.

Цель: изучение вычисления значения числа π различными методами.

Задачи:

- изучить теоретический материал по данной теме
- найти сведения из истории числа π
- собрать интересные факты о числе π
- рассмотреть практические способы вычисления числа π .

Объект исследования: число π .

Предмет исследования: способы вычисления числа π .

Гипотеза: опытным путем можно проверить правильность вычисления значения числа π , с точностью до десятых долей.

Новизна проекта: с числом π связано много интересных фактов и применение его безгранично, поэтому оно вызывает интерес к изучению.

Методы исследования:

Поисковый (сборы информации по теме), систематизация, анализ информационных ресурсов, практическая работа (нахождение значения числа π), ИКТ (создание презентации).

Глава 1. Теоретическая часть

1.1. История числа π .

Число π – буква греческого алфавита, которой в математике обозначается отношение длины окружности к диаметру. Число π — самая известная константа в математическом мире. Оно выражается бесконечной десятичной дробью. В обиходе нам достаточно знать три знака (3,14). Однако в некоторых расчетах нужна большая точность. Символ π используется в математических формулах уже на протяжении 250 лет.

История числа π насчитывает много веков. Ученые считают, что число π было открыто вавилонскими магами. Оно использовалось при строительстве знаменитой Вавилонской башни. Существует легенда, что эта математическая константа лежала в основе строительства легендарного Храма царя Соломона.

История числа π началась в Древнем Египте. Египетские математики определяли площадь круга диаметром d как дробь $(d-d/9)^2$ (эта запись дана здесь в современных символах). Из данного выражения можно сделать вывод, что в то время число π считали равным дроби $(\frac{16}{9})^2$ или $\frac{256}{81}$, т.е. $\pi = 3,160\dots$

Древние греки Евдокс, Гиппократ сводили измерение окружности к построению отрезка, а измерение круга - к построению равновеликого квадрата.

На протяжении многих веков математики разных стран пытались выразить отношение длины окружности к диаметру рациональным числом.

Архимед в III в. до н.э. в работе "Измерение круга" обосновал три положения:

- Всякий круг равновелик прямоугольному треугольнику, катеты которого соответственно равны длине окружности и её радиусу;
- Площади круга относятся к квадрату, построенному на диаметре, как 11 к 14;
- Отношение любой окружности к её диаметру меньше $3\frac{1}{7}$ и больше $3\frac{10}{71}$.

По точным расчётам Архимеда отношение окружности к диаметру заключено между числами $3\frac{10}{71}$ и $3\frac{1}{7}$, а это означает, что $\pi = 3,1419\dots$ Архимед доказал, что число π одинаково для любого круга.

Истинное значение этого отношения $3,1415922653\dots$ В V в. н.э. китайским математиком Цзу Чунчжи было найдено более точное значение этого числа: $3,1415927$.

В первой половине XV в. в Самарканде, астроном и математик Ал-Каши вычислил π с 16 десятичными знаками. Ал-Каши произвёл расчёты, которые были нужны для составления таблицы синусов с шагом в 1'. Эти таблицы сыграли важную роль в астрономии.

Спустя полтора столетия в Европе Ф.Виет нашёл число π только с 9 правильными десятичными знаками, сделав 16 удвоений числа сторон многоугольников. Но при этом Ф.Виет первым заметил, что π можно отыскать, используя пределы некоторых рядов. Это открытие имело большое значение, так как позволило вычислить π с какой угодно точностью. Только через 250 лет после Ал-Каши его результат был превзойдён.

Древние математики вычисляли π , каждый раз вписывая многоугольники с большим количеством сторон в площадь круга. Архимед использовал 96-угольник. Китайский математик Лю Хуэй вписал 192-угольник, и потом 3072-угольник. Цу Чун и его сыну удалось вместить многоугольник с 24576 сторонами.

1.2. Обозначение числа π

Первым ввёл обозначение отношения длины окружности к диаметру современным символом π английский математик Уильям Джонсон в 1706 г. В качестве символа он взял первую букву греческого слова "periferia", что в переводе означает "окружность". Введённое Джонсоном обозначение стало общеупотребительным после опубликования работ Эйлера, который воспользовался введённым символом впервые в 1736 г.

В конце XVIII в. А.М.Лажандр на основе работ И.Г.Ламберта доказал, что число π иррационально, т.е. число может быть представлено в виде бесконечной непериодической десятичной дроби. Затем немецкий математик Ф.Линдеман, опираясь на исследования Ш.Эрмита, нашёл строгое доказательство того, что это число не только иррационально, но и трансцендентно, т.е. не может быть корнем алгебраического уравнения.

Поиски точного выражения π продолжались и после работ Ф.Виета. В начале XVII в. голландский математик из Кёльна Лудольф ван Цейлен (1540-1610) нашёл 32 правильных знака. С тех пор (год публикации 1615) значение числа π с 32 десятичными знаками получило название числа Лудольфа.

π — иррациональное число, то есть его значение не может быть точно выражено в виде дроби m/n , где m и n — целые числа. Следовательно, его десятичное представление никогда не заканчивается и не является периодическим.

Для большинства практических расчетов вполне достаточно знать число π с точностью до семи знаков после запятой: 3,1415926. Его можно легко запомнить при помощи мнемонической фразы: «Три — четырнадцать — пятнадцать — девяносто два и шесть».

Это я знаю и помню прекрасно:

3 1 4 1 5 9

«Что я знаю о кругах» (количество букв в каждом слове соответствует значению числа « π » — 3,1416)

1.3 Уникальность числа

π - поистине уникальное число.

1. Ученые считают, что количество знаков в числе π бесконечно. Их последовательность не повторяется. Более того, найти повторения не удастся никому и никогда. Так как число бесконечно, оно может заключать в себе абсолютно все, даже симфонию Рахманинова, Ветхий Завет, ваш номер телефона и год, в котором наступит Апокалипсис.

2. π связано с теорией хаоса. К такому выводу пришли ученые после создания вычислительной программы Бэйли, которая показала, что последовательность чисел в π абсолютно случайна, что соответствует теории.

3. Вычислить число до конца практически невозможно – это заняло бы слишком много времени.

4. π – иррациональное число, то есть его значение нельзя выразить дробью.

5. π – трансцендентное число. Его нельзя получить, произведя какие-либо алгебраические действия над целыми числами.

6. Тридцать девять знаков после запятой в числе π достаточно для того, что вычислить длину окружности, опоясывающей известные космические объекты во Вселенной, с погрешностью в радиус атома водорода.

7. Число π связано с понятием «золотого сечения». В процессе измерений Великой пирамиды в Гизе археологи выяснили, что ее высота относится к длине ее основания, так же как радиус окружности - к ее длине.

1.4. Интересные факты о числе π

- Первые 100 знаков после запятой числа π выглядят так:
3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781
64062862089986280348253421170679

- Пирамида Хеопса является воплощением числа π , так как соотношение ее высоты с периметром основания дает число π .

- Самое точное значение числа π для своего времени получил Платон, По его расчетом число $\pi = 3,146$.

- Исаак Ньютон рассчитал число π до 16 знаков после запятой.

- Германский король Фридрих Второй возвел целый дворец Капель дель Монте, посвященный числу π . Используя пропорции дворца можно вычислить π . Сейчас дворец находится под охраной ЮНЕСКО.

- Отношение длины берега к расстоянию между истоком и устьем примерно равно 3,14.

- Если рассчитать длину экватора Земли с использованием числа π , с точностью до девятого знака, ошибка в расчетах составит около 6 мм.

- В 2010 году сотрудник компании «Yahoo» математик Николас Чже смог вычислить в числе π два квадрильона знаков после запятой. На это ушло 23 дня, и математику понадобилось множество помощников, которые работали на тысячах компьютеров.

- Для того, чтобы записать все это на бумаге, потребуется бумажная лента больше двух миллиардов километров длиной. Если развернуть такую запись, ее конец выйдет за пределы Солнечной системы.

- Китаец Лю Чао установил рекорд по запоминанию последовательности цифр числа π . В течение 24 часов 4 минут Лю Чао назвал 67 890 знаков после запятой, не допустив ни одной ошибки.

- Мировой рекорд по запоминанию знаков числа π принадлежит японцу Акира Харагути (Akira Haraguchi). Он запомнил число π до 100-тысячного знака после запятой. Ему понадобилось почти 16 часов, чтобы назвать всё число целиком.

- Буква π в греческом алфавите находится на том же, 16-ом месте, что и английская буква p ([pi])

- В зеркальном отображении числа 3,14 читается слово "pie"? В переводе с английского оно означает пирог.

- Если π записать в виде дроби, то оно не будет иметь конца, а так же повторений.

- Число π сыграли на пианино, обозначив клавиши цифрами.

- Создан аромат и назван в честь числа π . Его создал Александр МакКуин. Флакон аромата создал дизайнер Сержем Мансо. Это пирамида с вытесненными геометрическими узорами.

- Существует несколько памятников числу « π »:

- металлическая скульптура числа π установлена на ступенях перед зданием Музея искусств в Сиэтле (США) в начале пешеходной зоны;

- памятник числу π , расположенный в Парке скульптур в США;

- памятник числу π из каменных валунов, установленный на южном побережье Крымского полуострова близ города Кацивели.

- Существует художественный полнометражный фильм режиссёра Даррена Аронофски, названный в честь числа π , вышедший в 1998 г.

- День рождения числа, во всем мире отмечают 14 марта. В американском написании 14 марта выглядит как 3.14. Поздравлять окружающих с днем « π » нужно в марте 14-го в 1:59:26, в соответствии с цифрами числа 3,1415926...

- День рождения числа совпадает с днем рождения Альберта Эйнштейна - выдающегося ученого XX столетия.

- День приближенного числа π отмечают 22 июля, которое называется так, потому что в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой дроби является приближённым значением числа π .

- В мире создали даже клуб числа π . Чтобы вступить в него, для начала надо вызубрить наизусть как можно большее количество чисел π после запятой.

В клуб числа π вошли все, кто причастен к этому числу – это пирамиды, Альберт Эйнштейн, даже любители пиццы – все члены клуба числа π .

Глава 2. Практическая часть

2.1. Проверка отношения длины окружности к её диаметру

Интересное свойство окружности было открыто древнегреческим ученым Архимедом в 3 веке до нашей эры. Он выяснил, что отношение длины окружности к длине диаметра одинаково для любой окружности, равно числу π .

Я провел ряд опытов по нахождению значения числа π . На уроке математики я узнал, что длина окружностей зависит от числа π и диаметра данной окружности, выражается формулой $C = \pi d$. Для проведения опыта я взял 5 предметов домашнего обихода. Измерил диаметр каждого предмета и длину окружности с помощью нити и линейки. Учел, что погрешность линейки составляет 1 мм. Вычислил для каждого случая значение числа π , используя формулу $\pi = C:d$, округлив результат до сотысячных. Составил таблицу 1.

Таблица 1.

Результаты проверки отношения длины окружности к её диаметру.

| № опыта | Предметы | Диаметр d (мм) | Длина окружности C (мм) | $\pi = C:d$ |
|---------|------------------|----------------|-------------------------|-------------|
| 1 | Стакан | 84 | 263 | 3,13095 |
| 2 | Кружка | 70 | 220 | 3,14285 |
| 3 | Банка | 85 | 267 | 3,14117 |
| 4 | Кастрюля | 160 | 501 | 3,13333 |
| 5 | Прозрачная банка | 37 | 116 | 3,13513 |

Среднее значение числа π вычисленное, используя отношение длины окружности к ее диаметру равно 3,13596.

$$\pi = (3,13095 + 3,14285 + 3,14117 + 3,13333 + 3,13513) : 5 = 3,13596$$

Вывод: отношение длины окружности к диаметру приближается к 3,14. Точность вычисления числа π таким способом невелика: только в двух случаях из 5 достигнута точность в измерении константы в разряде сотых, в остальных случаях достигнута точность только в разряде десятых.

2.2. Проверка соотношения человеческого тела и числа π

В эпоху Возрождения развивается гуманизм, т.е. просыпается интерес к человеку, его личности, духовному и физическому развитию. Этот интерес к человеку заставляет многих художников искать каноны прекрасного в пропорции его тела. Они заметили, что соотношение размаха рук к росту человека всегда равно одному и тому же числу, связанному с числом π и числом Фидия (Φ).

Вычислил для каждого случая значение числа π , используя формулу

$$\pi = \frac{2 \cdot \hat{O} \cdot h}{\hat{I}}, \text{ где } \Phi=1,62 \text{ – число Фидия, } H \text{ – рост человека, } h \text{ – размах рук.}$$

Этот факт подтвердили и мои измерения, представленные в таблице 2. Для этого я снял необходимые показания с помощью портняжного метра с моих одноклассников.

Таблица 2.

Результаты проверки соотношения человеческого тела и числа π .

| № опыта | Имена одноклассников | Рост H (см) | Размах рук h (см) | $\pi = \frac{2 \cdot \hat{O} \cdot h}{\hat{I}}$ |
|---------|----------------------|--------------|-------------------|---|
| 1 | Максим | 168 | 162 | 3,12428 |
| 2 | Даниил | 162 | 158 | 3,16 |
| 3 | Николай | 155 | 151 | 3,15639 |
| 4 | Юлия | 164 | 160 | 3,16097 |
| 5 | Вероника | 152 | 147 | 3,13342 |

Среднее значение числа π вычисленное, используя соотношения человеческого тела равно 3,147012

$$\pi = (3,12428 + 3,16 + 3,15639 + 3,16097 + 3,13342) : 5 = 3,147012$$

Вывод: Точность вычисления числа π таким способом невелика: во всех 5 случаях найденное значение константы достигает точность в измерении только в разряде десятых.

2.3. Вычисление числа π с помощью взвешивания

Взвешивание, определение массы тел с помощью весов. Этот метод часто применяется в физике. При данном методе вычисления приближенное значение числа π зависит от точности взвешивания.

Данный метод вычисления значения числа π предполагает выполнения следующих операций.

1. Начертить на картоне квадрат и вписать в него круг. Вырезать квадрат.
2. С помощью школьных весов взвесить квадрат
3. С помощью школьных весов взвесить вырезанный из квадрата круг
4. Подставить полученные значения в формулу $\pi = \frac{4 \cdot m_{\text{кр}}}{m_{\text{кв}}}$

Для вывода формулы, необходимой для вычисления значения π данным методом, введем обозначения: $m_{\text{кв}}$ - масса квадрата; $m_{\text{кр}}$ - масса круга; ρ - плотность картона; $V_{\text{кв}}$ - объем квадрата; $V_{\text{кр}}$ - объем круга; $S_{\text{кв}}$ - площадь квадрата; $S_{\text{кр}}$ - площадь круга; h - толщина картона; R - радиус

$$m_{\text{кв}} = \rho \cdot V_{\text{кв}} = \rho \cdot S_{\text{кв}} \cdot h = \rho \cdot 4 R^2 \cdot h; m_{\text{кр}} = \rho \cdot V_{\text{кр}} = \rho \cdot S_{\text{кр}} \cdot h = \rho \cdot \pi R^2 \cdot h$$

$$\frac{m_{\text{кр}}}{m_{\text{кв}}} = \frac{\rho \cdot \pi R^2 \cdot h}{\rho \cdot 4 R^2 \cdot h} = \frac{\pi}{4}; \pi = \frac{4 \cdot m_{\text{кр}}}{m_{\text{кв}}}$$

Таблица 3

Результаты вычисления числа π с помощью взвешивания

| № опыта | Масса квадрата $m_{\text{кв}}$ (мг) | Масса круга $m_{\text{кр}}$ (мг) | $\pi = \frac{4 \cdot m_{\text{кр}}}{m_{\text{кв}}}$ |
|---------|-------------------------------------|----------------------------------|---|
| 1 | 1400 | 1120 | 3,2 |
| 2 | 1800 | 1400 | 3,11111 |
| 3 | 1850 | 1430 | 3,09189 |

Среднее значение числа π вычисленное методом взвешивания равно 3,13433

$$\pi = (3,2 + 3,11111 + 3,09189) : 3 = 3,13433$$

Вывод: Точность вычисления числа π таким способом очень мала: в одном из трех случаях найденное значение константы достигает свое точное значение только в разряде десятых, в остальных случаях только в разряде единиц.

2.4. Вычисление значения числа π с помощью задачи Бюффона

Задача имени французского естествоиспытателя Ж. Л. Л. Бюффона (1707-1788) заключается в нахождении приближенного значения числа π с помощью иглки и теории вероятности. Для осуществления опыта Бюффона требуется: плоская горизонтальная поверхность с нанесенными на ней параллельными прямыми отстоящими друг от друга на одинаковое расстояние, в двое большее длины, используемой иглы. Произвольно подбрасываю иглу над данной поверхностью, что бы она свободно падала на поле с параллельными линиями, необходимо отмечать каждый раз пересекла ли игла одну из параллельных прямых, и подсчитывать частоту пересечений. Буду считать, что n -число всех бросаний, m -число бросаний, когда игла попала на параллельные прямые. Вероятность попадания в опыте Бюффона для вычисления приближенного значения числа $\pi \approx \frac{2n}{m}$

Данные по проведению серии экспериментов вычисления значения π методом Бюффона представлены в таблице 4.

Таблица 4.

Результаты вычисления значения числа π с помощью задачи Бюффона

| № опыта | n -число всех бросаний | m -число бросаний, когда игла попала на параллельные прямые | $\pi \approx \frac{2n}{m}$ |
|---------|--------------------------|---|----------------------------|
| 1 | 100 | 62 | 3,22581 |
| 2 | 100 | 64 | 3,125 |
| 3 | 100 | 60 | 3,33333 |

Среднее значение числа π вычисленное, используя задачу Бюффона равно 3,22805.

$$\pi = (3,22581 + 3,125 + 3,33333) : 3 = 3,22805$$

Вывод: Точность вычисления числа π таким способом мала: в одном из трех случаях найденное значение константы достигает точное значение в разряде десятых, в остальных случаях только в разряде единиц.

Заключение

Изучив теоретические сведения о числе π , я узнал много нового: историю числа π , способы нахождения десятичных знаков в числе π , узнал, что есть связь между числом π и другими математическими понятиями. Число π используется в формулах, применяемых в физике, теории вероятности, строительстве. И их перечень, я думаю, можно продолжить. Подобно тому, как нет конца знакам числа π , так нет конца и возможностям практического применения этого полезного, уникального числа. Изучив литературу, я пытался проверить правильность тех задач и методов, которые решали и использовали различные ученые. Самостоятельно я провел ряд экспериментов, в результате которых подтвердилась моя гипотеза, что опытным путем, возможно, проверить правильность вычисления значения числа π , с точностью до десятых долей. Наиболее точное вычисление приближенного значения числа π , если сравнивать среднее значения числа, я добился методами, которые рассматривают отношение длины окружности к его диаметру и соотношения человеческого тела.

Изучение данного вопроса расширило мое представление о числах, способствовало приобретению некоторых навыков в проведении математических экспериментов в измерениях и вычислениях.

Практическая значимость исследовательской работы заключается в обобщении знаний, полученных на уроках математики, в расширении кругозора среди моих одноклассников.

Список литературы

- Батлер. Б. 28 фактов о числе Пи// Открытые системы.- 2013, №3 // <http://www.osp.ru>
- Глейзер Г.И. История математики в школе V- VI классы. – М.: Просвещение, 2012.
- Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики - М.: Просвещение, 2012.
- Жуков А.В. Вездесущее число Пи – М.: Восток, 2014.
- Звонкин А. Что такое ρ // Квант, 1978 №11.
- Кымпан Ф.История числа Пи. - Наука, 1971// <http://www.academic.ru>
- Львова Н.С. Простая история числа Пи// Такая разная математика. – 2015, №2// <http://rasnaja matematika.blogspot.ru>.
- Райк А.Е. Очерки по истории математики в древности - Саранск, 2012.
- Свечников А.А. Путешествие в историю математики – М.: Педагогика – Пресс, 2011.
- Тамбовцев К.С. Несколько фактов о числе Пи// Интеграл.- 2012, №4 // <http://integral.ucoz.net.ru>
- Энциклопедия для детей. Т.11.Математика – М.: Аванта +, 2013.